

単位の計算

100 V で加速した電子の de Broglie 波長は以下のように計算された。

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} \\ &= \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \times 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \times 100 \text{ V}}} \\ &= 1.2 \times 10^{-10} \text{ m} \end{aligned} \tag{1}$$

ここでは、右辺の計算で、確かに単位が m になることを確認する。

まずは、次に示した 4 つの関係式*1を「暗記」しなくてはならない。

暗記

- | | |
|---|--|
| ① $J = N \cdot m$ | : 1 J とは、1 N の力がその方向に物体を 1 m 動かすときの仕事 |
| ② $N = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$ | : 1 N とは、質量 1 kg の物体に $1 \text{ m}/\text{s}^2$ の加速度を生じさせる力 |
| ③ $W = \frac{J}{s} = V \cdot A$ | : 1 W とは、毎秒 1 J に等しいエネルギーを生じさせる仕事率、これは電力に等しい |
| ④ $C = s \cdot A$ | : 1 C とは、1 秒間に 1 A の電流によって運ばれる電荷 |

次に、(1) 式の右辺にある物理量の単位を基本単位 (m, kg, s, A, K, cd, mol) に砕く。

$$\begin{aligned} J &= N \cdot m && \text{①より} \\ &= \underbrace{(\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2)}_{=N} \cdot \text{m} && \text{②を代入した} \\ &= \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 && \text{整理した} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{W}{A} && \text{③を変形した} \\ &= \underbrace{\left(\frac{J}{s}\right)}_{=W} \frac{1}{A} && \text{②を代入した} \\ &= \frac{(\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2)}{s} \frac{1}{A} && \text{(2) 式を代入した} \\ &= \frac{(\text{kg} \cdot \text{m}^2)}{s^3 \cdot A} && \text{整理した} \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{J \cdot s}{\sqrt{\text{kg} \cdot \text{C} \cdot \text{V}}} &= \frac{\text{kg} \cdot (\text{m}^2/\text{s}^2) \cdot s}{\sqrt{\underbrace{\text{kg} \cdot (\cancel{s} \cdot \text{A})}_{=C} \cdot \underbrace{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\cancel{s}^2 \cdot \text{A}}}_{=V}}} && \text{分子に (2) 式, 分母に ④ と (3) 式を代入した} \\ &= \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}{\sqrt{\text{kg}^2 \cdot \text{m}^2/s^2}} && \text{整理した} \\ &= \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}{\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}} && \text{分母のルートを外した} \\ &= \text{m} && \text{整理した} \end{aligned} \tag{4}$$

たしかに、(1) 式の右辺の単位は m である。

*1 ①の J は、1 V の電位差の中で 1 C の電荷を動かすのに必要な仕事とも定義できる。 $J = C \cdot V$ 。これを③の $W = J/s$ に代入して④に注意すれば、 $W = \frac{C \cdot V}{s} = \frac{C}{s} \cdot V = A \cdot V$ と③の最右辺が得られる。